

1. Αν η παραγωγίσιμη συνάρτηση  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  είναι γνησίως αύξουσα τότε  $f'(x) > 0$  για κάθε  $x \in \mathbf{R}$ .

2. Αν μια συνάρτηση  $f$  είναι ορισμένη και συνεχής σε ένα διάστημα  $\Delta$  και  $f'(x) \neq 0$  σε κάθε εσωτερικό σημείο του  $\Delta$ , τότε η  $f$  είναι «1-1» στο  $\Delta$ .

3. Αν μια συνάρτηση είναι κυρτή σε ένα διάστημα  $\Delta$ , τότε η εφαπτομένη της  $C_f$  σε κάθε σημείο  $x_0 \in \Delta$  είναι «κάτω» από τη  $C_f$  με εξαίρεση το σημείο επαφής τους.

4. Αν  $f(x) = a^x$ ,  $a > 0$  τότε  $f'(x) = a^x$ .

5. Αν για μια συνάρτηση  $f$  ισχύει  $f'(x) = 0$  για κάθε  $x \in \mathbf{R}^*$ , τότε η  $f$  είναι σταθερή στο  $\mathbf{R}^*$ .

6. Η συνάρτηση  $f(x) = \sqrt{x}$  είναι παραγωγίσιμη στο  $x = 0$

7. Αν για μια παραγωγίσιμη συνάρτηση  $f$  ισχύει  $f(\alpha) = f(\beta)$  με  $\alpha < \beta$ , τότε ορίζεται η  $\frac{1}{f'(x)}$  στο  $[\alpha, \beta]$ .

8. Αν το  $(x_0, f(x_0))$  είναι σημείο καμπής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  και η  $f$  δυο φορές παραγωγίσιμη συνάρτηση στο  $x_0$ , τότε  $f''(x_0) = 0$ .

9. Ανάμεσα σε δυο ρίζες μιας πολυωνυμικής συνάρτησης, υπάρχει πάντα τουλάχιστον μια ρίζα της παραγώγου της.

10. Αν για μια συνάρτηση  $f$  ορισμένη και συνεχή σε ένα διάστημα  $\Delta$  ισχύει  $f'(x) < 0$  για κάθε εσωτερικό σημείο του  $\Delta$ , τότε η  $f$  είναι «1-1» στο  $\Delta$ .

11. Αν  $f'(x) = x \cdot (x - 1)^2 \cdot (x - 2)$  τότε η συνάρτηση  $f$  παρουσιάζει στο  $x = 0$  τοπικό μέγιστο.

12. Αν  $f'(x) = x \cdot (x - 1)^2 \cdot (x - 2)$  τότε η συνάρτηση  $f$  παρουσιάζει στο  $x = 1$  τοπικό μέγιστο.

13. Αν  $f'(x) = x \cdot (x - 1)^2 \cdot (x - 2)$  τότε η συνάρτηση  $f$  παρουσιάζει στο  $x = 2$  τοπικό ελάχιστο.

14. Αν η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης  $f$  έχει στο  $+\infty$  οριζόντια ασύμπτωτη, τότε δεν έχει πλάγια ασύμπτωτη στο  $+\infty$ .

15. Αν μια συνάρτηση  $f$  ορίζεται στο σημείο  $x_0$ , αλλά δεν είναι συνεχής στο  $x_0$ , τότε δεν είναι παραγωγίσιμη στο  $x_0$ .

16. Αν για μια συνάρτηση  $f$  και για ένα σημείο  $x_0 \in D_f$  ισχύει:

$$\lim_{x \rightarrow x_0^-} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \rightarrow x_0^+} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}, \text{ τότε η } f \text{ είναι παραγωγίσιμη στο } x_0.$$

17. Μια συνάρτηση  $f$  η οποία είναι συνεχής σε ένα κλειστό διάστημα  $[\alpha, \beta]$  δεν έχει ασύμπτωτες.

18. Έστω μια συνάρτηση  $f$  συνεχής σε διάστημα  $\Delta$  και δυο φορές παραγωγίσιμη στο εσωτερικό του  $\Delta$ . Αν  $f$  κυρτή στο  $\Delta$ , τότε  $f''(x) > 0$  για κάθε εσωτερικό σημείο του  $\Delta$ .

19. Δίνεται συνάρτηση  $f$  η οποία είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα  $\Delta$ . Στα εσωτερικά σημεία του  $\Delta$  όπου η  $f$  παρουσιάζει τοπικό ακρότατο, η  $C_f$  έχει οριζόντια εφαπτομένη.

20. Δίνεται συνάρτηση  $f$  η οποία είναι συνεχής στο  $\mathbf{R}$  και  $x_0 \in \mathbf{R}$  με  $f(x_0) = -3$ .

Αν  $f'(x) > 0$  για κάθε  $x \in (-\infty, x_0)$  και  $f'(x) < 0$  για κάθε  $x \in (x_0, +\infty)$ , τότε η  $f$  έχει:

- i. καμία ρίζα στο  $\mathbf{R}$
- ii. μία ακριβώς ρίζα στο  $\mathbf{R}$
- iii. δύο ακριβώς ρίζες στο  $\mathbf{R}$
- iv. περισσότερες από δύο ρίζες στο  $\mathbf{R}$

21. Οι πολυωνυμικές συναρτήσεις βαθμού μεγαλύτερου ή ίσου του 2, δεν έχουν ασύμπτωτες.

Επιλέξτε τη σωστή απάντηση:

22. Αν  $f$  παραγωγίσιμη συνάρτηση στο  $\mathbf{R}$  με  $f'(0) = 0$  και η  $f'$  είναι γνησίως φθίνουσα στο  $\mathbf{R}$ , τότε το  $f(0)$  είναι:

- i. τοπικό μέγιστο της  $f$
- ii. τοπικό ελάχιστο της  $f$
- iii. δεν είναι ακρότατο της  $f$

23. Δίνεται η συνεχής συνάρτηση  $f : (\alpha, \beta] \rightarrow \mathbf{R}$  με  $f'(x) < 0$  για κάθε  $x \in (\alpha, \beta)$ . Τότε η  $f$  παρουσιάζει ελάχιστο στο  $\beta$  το  $f(\beta)$ .