

4 ^ο ΓΕΛ ΠΕΤΡΟΥΠΟΛΗΣ
ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ/ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2024
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
ΤΑΞΗ: Γ
ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ΜΑΘΗΤΗ/ΤΡΙΑΣ:
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 24/05/24

Θέματα

Θέμα 1^ο

A) Να αποδείξετε ότι:

Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σ' ένα σημείο x_0 , τότε είναι και συνεχής στο σημείο αυτό. (Μονάδες 10)

B. Να διατυπώσετε το θεώρημα Fermat. (Μονάδες 05)

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο γραπτό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

i) Αν $f(x) > 1$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$ και υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$, τότε $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) > 1$.

ii) Αν f συνεχής στο $[-1, 1]$ και $f(-1)=4$, $f(1)=3$, τότε υπάρχει πραγματικός αριθμός $x_0 \in (-1, 1)$ τέτοιος, ώστε $f(x_0)=\pi$.

iii) Έστω οι συναρτήσεις f, g με πεδία ορισμού A, B αντίστοιχα, τότε το πεδίο ορισμού της $g \circ f$ ορίζεται από το σύνολο $A_1 = \{x \in B / f(x) \in A\} \neq \emptyset$

iv) Αν οι f, g είναι συναρτήσεις παραγωγίσιμες στο $[\alpha, \beta]$, με $f(\alpha)=g(\alpha)$ και με $f(\beta)=g(\beta)$, τότε υπάρχει $x_0 \in (\alpha, \beta)$ τέτοιο, ώστε στα σημεία $A(x_0, f(x_0))$ και $B(x_0, g(x_0))$ οι εφαπτόμενες να είναι παράλληλες.

v) Αν $\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx \geq 0$, τότε κατ' ανάγκη θα είναι $f(x) \geq 0$ για κάθε $x \in [\alpha, \beta]$.

(Μονάδες $2 \times 5 = 10$)

Θέμα 3^ο

Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \begin{cases} \alpha x^2 - \beta x + 2, & x \leq 0 \\ x^2 + x - \gamma, & x > 0 \end{cases}$ για την οποία εφαρμόζεται το

θ. Rolle στο $[-1, 1]$.

A) Να βρείτε τους πραγματικούς α, β, γ

(Μονάδες 8)

Αν $\alpha=3$, $\beta=-1$, $\gamma=-2$ να λύσετε τα επόμενα ερωτήματα:

B) Να βρείτε το ξ ή τα ξ του θ. Rolle.

(Μονάδες 9)

Γ) Να υπολογίσετε το όριο: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\eta \mu f(x)}{x}$

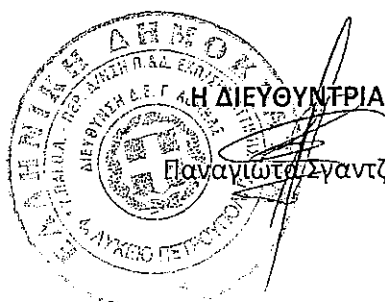
(Μονάδες 8)

Πετρούπολη, 24-05-2024

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ/ΤΡΙΕΣ

Βλάχος Σ. Καλαμάτας Α.

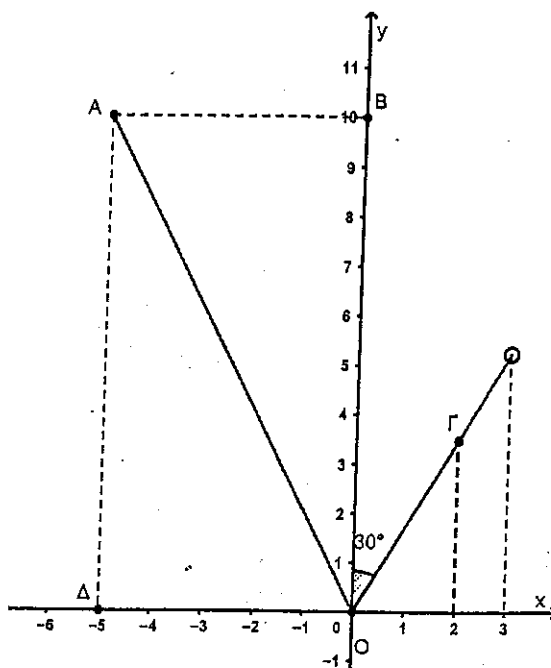
Βυθούλκα Μ. Γαλάνης Δ.



Παναγιώτα Ζηναντζούρη

ΘΕΜΑ 2

Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f .



- α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της συνάρτησης f . (Μονάδες 10)
- β) Να προσδιορίσετε τον τύπο της συνάρτησης f . (Μονάδες 10)
- γ) Ποιες είναι οι συντεταγμένες του σημείου Γ ; (Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 4

Έστω f μια συνεχής συνάρτηση στο διάστημα $[-2, 2]$, για την οποία ισχύει

$$f^2(x) + x^2 = 4 \text{ για κάθε } x \in [-2, 2]$$

- α) Να βρείτε τις ρίζες της εξίσωσης $f(x) = 0$. (Μονάδες 06)
- β) Αν η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο $A(0, 2)$, τότε να βρείτε τον τύπο της f . (Μονάδες 09)
- γ) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f . (Μονάδες 04)
- δ) Ένα κινητό κινείται κατά μήκος της καμπύλης της f . Καθώς περνάει από το σημείο $B(-1, \sqrt{3})$, η τεταγμένη του y αυξάνεται με ρυθμό 2 μονάδες δευτερόλεπτο. Να βρείτε τον ρυθμό μεταβολής της τετμημένης x του κινητού τη χρονική στιγμή που περνάει από το B . (Μονάδες 06)

