

1. Να υπολογίσετε, τα επόμενα όρια :

$$A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + \eta \mu^2 x}{x^2 - \eta \mu^2 x}, \quad B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - 6\omega x}{x^4}, \quad \Gamma = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 3x}{x^2 \eta \mu x}$$

$$\Delta = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta \mu 2x - \eta \mu x}{x \cdot (6\omega 2x - 6\omega x)}, \quad E = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - 6\omega^3 x}{x^3}, \quad Z = \lim_{x \rightarrow \eta} \frac{\eta \mu (1 + 6\omega x)}{(x - \eta)^2}$$

2. Για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, να υπολογίσετε τα όρια:

$$A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - \lambda x^2 + \lambda - 2}{x \cdot \eta \mu x}, \quad B = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\lambda x^2 + 2\lambda - 1}{x^2 - 2\mu x + 1},$$

3. Να βρείτε το $a \in \mathbb{R}$, ώστε $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1}{ax - 2a^2 + 1} = +\infty$.

4. Έστω η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \lambda \in \mathbb{R}$

και $f^2(x) - x \cdot f^2(x) - x^2 f(-x) = x^2 \eta \mu x$. α) Να υπολογίσετε το λ .

β) Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(2x)}{x^3}$

5. Έστω συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $\lim_{x \rightarrow 0} (2f(x) - f(-x)) = +\infty$.

Να δ.ο. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$

6. Έστω συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(ax)}{x} = +\infty$,

όπου $a > 0$. Να δ.ο. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(\frac{x}{a}) - f(ax)}{x} = +\infty$.

7. Έστω οι συναρτήσεις $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) + g(x)) =$

$= \lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) - g(x)) = +\infty$. Να υπολογίσετε τα όρια:

$$A = \lim_{x \rightarrow x_0} (f^2(x) - g^2(x)), \quad B = \lim_{x \rightarrow x_0} (f^2(x) + g^2(x)).$$

8. Έστω οι συναρτήσεις $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) =$

$$= \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = +\infty. \text{ Να δ.ο. } \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f^2(x) + g(x)}{f^4(x) + g^2(x)} = 0.$$

9. Η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ είναι όρα με $x^3 f(x) \geq x + m \mu x$ (1)

$\forall x \in \mathbb{R}$. Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

10. Αν $f^2(x) + g^2(x) \leq 2f(x) \cdot m \mu x$ (1) $\forall x \in \mathbb{R}$, να δ.ο. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 0$

11. Αν $f^2(x) + g^2(x) + m \mu x^2 = x^2 \forall x \in \mathbb{R}$ να βρείτε τα $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$

12. Αν $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 2$, να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot f(3x) - f(-x) \cdot m \mu 2x}{x^2 - m \mu^2 x}$

13. Για τη συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ισχύει: $f^3(x) + 4f(x) = m \mu x$ (1)

$\forall x \in \mathbb{R}$. (α) Να δ.ο. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$, (β) Να βρείτε τα όρια

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} \text{ και } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{m \mu x}.$$

14. Έστω συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $f^3(x) + m \mu x^2 f(x) = 1$ (1),

$\forall x \in \mathbb{R}$. Να δ.ο. α) $f(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R}$, β) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$.

15. Έστω συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x+y) = f(x) \cos 2y + f(y) \cdot \cos 2x$

$\forall x, y \in \mathbb{R}$. Αν $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1$, ν.δ.ο. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \cos 2a$, $a \in \mathbb{R}$.

16. Η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $8f(x+y) = f(2x) + f(2y) + 24xy(x+y)$.

α) Να βρείτε τον νόμο της f . β) να υπολογίσετε τα

$$\text{όρια } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{f^2(x)} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f^{-1}(x+1) + \sqrt{f^{-1}(x+1)} - 2}{x}.$$