

Τ Α Ξ Η Γ´

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2022
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ ΚΑΙ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ
ΚΑΙ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

ΘΕΜΑ 1^ο :

A. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο γραπτό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

i) Αν $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = l \in \mathcal{R}$, τότε $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$.

ii) Ισχύει $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\eta\mu x}{x} = 1$

iii) Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο $[0,1]$, παραγωγίσιμη στο $(0,1)$ και $f'(x) \neq 0$ για κάθε $x \in (0,1)$, τότε $f(0) = f(1)$.

iv) Η γραφική παράσταση μιας πολυωνυμικής συνάρτησης f αρτίου βαθμού, έχει πάντα οριζόντια εφαπτομένη.

v) Η συνάρτηση $f(x) = x^3 + x + 1$, έχει ακριβώς μια ρίζα στο $(-1,0)$.

(Μονάδες 2x5=10)

B. Αν μια συνάρτηση είναι παραγωγίσιμη στο χ_0 , σημείο του πεδίου ορισμού της, τότε να δείξετε ότι είναι συνεχής σε αυτό.

(Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ 2^ο :

Έστω οι συναρτήσεις $f(x) = \frac{1}{x^4 + x^2 - 2}$ και $g(x) = x^2 - 1$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού καθεμιας από τις συναρτήσεις αυτές.

(Μονάδες 7)

β) Να βρείτε το όριο $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) \cdot g(x))$

(Μονάδες 9)

γ) Να βρείτε το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} (f(x) \cdot g(x))$

(Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 3^ο :

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = ax^3 + \beta x^2 - 3x + 1$.

α) Να βρείτε τις τιμές των a, β ώστε η γραφική παράσταση της f να δέχεται οριζόντια εφαπτομένη στα σημεία με τετμημένες $\chi_1 = -1$ και $\chi_2 = 1$.

(Μονάδες 8)

β) Αν $a=1$ και $\beta=0$, να μελετήσετε την f ως προς τα ακρότατα.

(Μονάδες 8)

γ) Αν $a=1$ και $\beta=0$, να μελετήσετε την f ως προς την κυρτότητα και τα σημεία καμπής.

(Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 4^ο :

α) Να μελετήσετε τη συνάρτηση $f(x) = \ln x + x - 1$, ως προς τη μονοτονία, τα ακρότατα και να βρείτε τις ρίζες και το πρόσημό της. **(Μονάδες 6)**

β) Να μελετήσετε τη συνάρτηση $\phi(x) = 2x \ln x + x^2 - 4x + 3$, ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.

(Μονάδες 6)

γ) Να αποδείξετε ότι οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $g(x) = x \ln x$ και

$h(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - \frac{3}{2}$, έχουν ένα μόνο κοινό σημείο, στο οποίο έχουν και κοινή εφαπτομένη.

(Μονάδες 6)

δ) Να δείξετε ότι δεν υπάρχει συνάρτηση $w(x)$ παραγωγίσιμη στο $[1, e]$ με $w(1)=0$, $w(e)=e$ και

$w'(x) > f'(x)$, για κάθε $x \in (1, e)$.

(Μονάδες 7)

Πετρούπολη 26-5-22

Ο Διευθυντής

Οι εισηγητές

Καλαμάτας Α.

Βλάχος Σ.

Βυθούλκα Μ.

Αγαλιανός Ι.

Χημικός ΠΕ04.02