Φυλλάδιο ΚΕΕ

1 → Λ

2 → Σ

3 → Λ

4 → Σ

5 → Σ

Εξηγήσεις

(4) f συνεχής στο x_0

g όχι συνεχής στο x_0

Συμπ. f+g μη συνεχής στο x_0

Με απαγωγή σε άτοπο

f συνεχής, f+g συνεχής $\Big\}$ $(f+g) - f = g$

g συνεχής ως διαφορά συνεχών άτοπο

(5) f όχι συνεχής x_0

g όχι συνεχή στο x_0

Ερωτ. ∃ f+g συνεχής στο x_0

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{|x|}{x}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases} \qquad g(x) = \begin{cases} -\dfrac{|x|}{x}, & x \neq 0 \\ -1, & x = 0 \end{cases} \qquad (f+g)(x) = 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$f(x) = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ x+1, & x < 0 \end{cases} \qquad g(x) = \begin{cases} x+1, & x \geq 0 \\ x, & x < 0 \end{cases}$$

$f(x)+g(x) = 2x+1, \ x \in \mathbb{R}$

Φυλλάδιο ΚΕΕ

1 → Λ

2 → Σ

3 → Λ

4 → Σ

5 → Σ

6 → Λ

7 → Σ

8 → Σ

9 → Λ

10 → Σ, Λ

11 → Σ

12 → Λ

13 → Σ

Εξήγηση

(6) Έστω f^2 συνεχής στο x_0

$\sqrt{f^2(x)} = |f(x)|$ συνεχής

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$$

$$f^2(x) \overset{x\neq 0}{=\!=} \left(\frac{|x|}{x}\right)^2 = \frac{x^2}{x^2} = 1$$

$$f^2(x) \overset{x=0}{=\!=} 1$$

Άρα $f^2(x)$ συνεχής στο $x_0 = 0$

(7) $x \cdot f(x) = ημ2x \xrightarrow{x \neq 0}$

$f(x) = \frac{ημ2x}{x}$

Αφού f συνεχής στο 0 →

$$f(0) = \lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0} \frac{ημ2x}{x} = 2$$

(10) $\lim_{x\to -\infty} \left(\frac{x+1}{x}\right)^3 = 1^3 = 1$

14 → Σ

15 → Σ

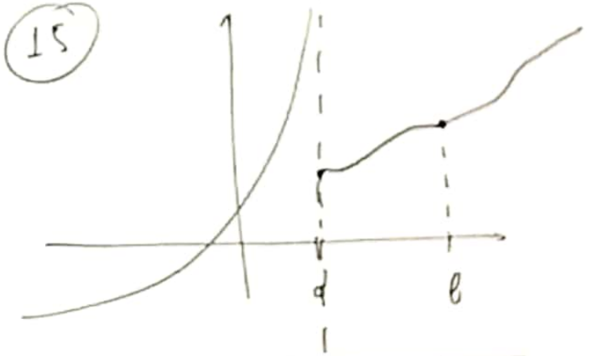
16α → Σ

16β → Λ

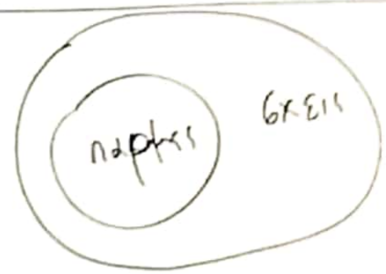
16γ → Σ

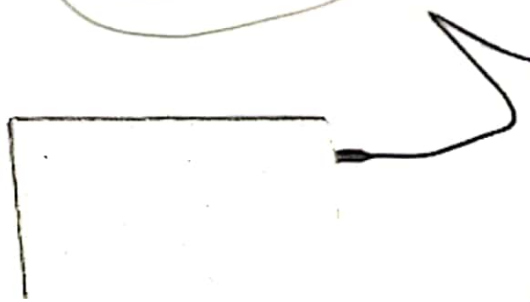
16δ → Λ

(15)



(16)





Φυλλάδιο ΚΕΕ

17 → Λ
18 → Σ
19 →
21 → Σ
22 → Λ
23 → Σ
24 → Σ
25 → Σ
26 → Λ
27 → Λ
28 → Σ
29 → Λ
30 → Σ
31 → Σ
32 → Σ
33 → Σ

Εξήγηση

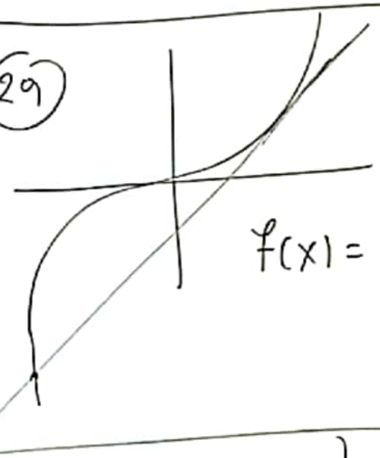
(18) $f(x) = g(x) + c \Rightarrow$
$f'(x) = g'(x)$

(21) $f(x) = x^4$.
$f'(x) = 4x^3$ 1-1

(22) $f'(x) = 3x^2$
$x_0 \to f'(x_0) = 3x_0^2$
$-x_0 \to f'(-x_0) = 3\cdot(-x_0)^2$
πρόβλημα το $(0,0)$

(23) $f(-x) = -f(x) \Rightarrow$
$-f'(-x) = -f'(x) \Leftrightarrow$
$f'(-x) = f'(x)$

(27) → $f(x) = \sqrt{x}$
→ $f(x) = |x|$

(29)

$f(x) = x^3$

(30) $f+g$ παρ. } g παρ.
f παρ
$(f+g) - f$
διαφορά είναι παρ/μη

(31) $(f(x_0))' = 0$
$f(x_0)$ αριθμός
$f'(x_0) \neq (f(x_0))'$

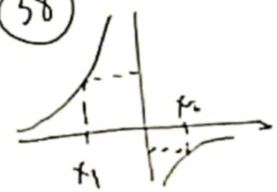
(33) Σ.Τ. $[\alpha, 0]$
$f(x) \geq \alpha$
$\exists\, x_1 \in D_f : f(x_1) = \alpha$

34 → Σ
35 → Σ
36 → Σ
37 → Σ
38 → Λ

(34) $x_1 < x_2 \Rightarrow 0 < f(x_1) < f(x_2)$
$f^2(x_1) < f^2(x_2)$

(35) $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$
$\hookrightarrow g(x_1) > g(x_2)$
$f(x_1)\cdot g(x_1) > f(x_2)\cdot g(x_2)$

(36) $\lambda = \dfrac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} < 0$
Έστω $x_1 < x_2 \Rightarrow x_1 - x_2 < 0$
$\Rightarrow f(x_1) - f(x_2) > 0 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$

(38)


Φυλλάδιο ΚΕΕ

39α → Σ

39β → Σ

40 → Λ

41 → Λ

39β ίσον

$f(g(x_1)) = f(g(x_2)) \xrightarrow{f:1-1}$

$g(x_1) = g(x_2) \xrightarrow{g:1-1}$

$x_1 = x_2$

40 $f(f^{-1}(x)) = x$

$\forall x \in D_{f^{-1}} = f(A)$

$f^{-1}(f(x)) = x$

$\forall x \in D_f$

41 $E = \int_{\frac{1}{e}}^{e} |\ln x| dx =$

$= \int_{\frac{1}{e}}^{1} (-\ln x) dx + \int_{1}^{e} \ln x \, dx$