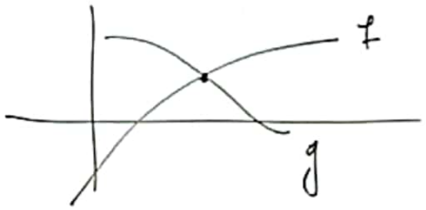
Ενότητα: "Βιβλία - φυλλάδια"

Κάτω - Κάτω: Σ-Λ - ΚΕΕ

Σ-Λ ΣΚΕ



$f(x)-g(x)$

Άσκ.1 $\int_0^{\pi/2} f(x)dx = 1$, $y=\eta\mu x$, $f(x)$

Έστω $A(x)=f(x)-\eta\mu x$. Θα δ.ο. η εξίσωση $A(x)=0$ (1) έχει λύση

Έστω $B(x)=F(x)+\sigma\upsilon\nu x$, όπου $F(x)$ παράγουσα της f

2ος τρόπος

$B(x)$ συνεχής $[0,\pi/2]$

$B'(x)=f(x)-\eta\mu x$, $x\in(0,\pi/2)$

$B(0)=F(0)+1$

$B(\pi/2)=F(\pi/2)$

Από (Υ) $\Rightarrow \int_0^{\pi/2} f(x)dx=1 \Leftrightarrow$

$F(\pi/2)-F(0)=1 \Leftrightarrow$

$F(\pi/2)=F(0)+1$

$B(0)=B(\pi/2)$

Από Θ. Rolle...

Με απαγωγή σε άτοπο

Έστω ότι $f(x)-\eta\mu x\neq 0 \ \forall x\in[0,\pi/2]$

Αφού $A(x)=f(x)-\eta\mu x$ συνεχής,

από σχόλιο Bolzano, διατηρεί πρόσ.

Έστω $A(x)>0 \ \forall x\in[0,\pi/2]$

$\Rightarrow \int_0^{\pi/2}(f(x)-\eta\mu x)dx>0 \Leftrightarrow$

$\int_0^{\pi/2} f(x)dx-\int_0^{\pi/2}\eta\mu x\,dx>0 \Leftrightarrow$

$1+[\sigma\upsilon\nu x]_0^{\pi/2}>0 \Leftrightarrow 1+(0-1)>0$

$0>0$

άτοπο

Άσκ. 3

$$\int_1^2 \frac{3}{2x-1}\,dx$$

$2x-1=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$.

Η $f(x)=\frac{3}{2x-1}$ συνεχής στο $[1,2]$

άρα ολοκληρώσιμη.

$$\int_1^2 \frac{3}{2x-1}\,dx = \left[\frac{1}{2}\,3\ln|2x-1|\right]_1^2$$

$$\boxed{\int_1^3 \ln|x^2-4|\,dx \quad \text{καλώς ορισμένο}}$$

(ε) $$\int_{\frac{\pi}{12}}^{\pi/6} \sigma\varphi 2x\,dx = \int_{\frac{\pi}{12}}^{\pi/6} \frac{\sigma\upsilon\nu 2x}{\eta\mu 2x}\,dx =$$

$$\frac{1}{2}\int_{\frac{\pi}{12}}^{\pi/6} \frac{(\eta\mu 2x)'}{\eta\mu 2x}\,dx = \frac{1}{2}\left[\ln|\eta\mu 2x|\right]_{\pi/12}^{\pi/6}$$

$\frac{\pi}{12} < x < \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \frac{\pi}{6} < 2x < \frac{\pi}{3} \Rightarrow \eta\mu 2x > 0$

δ) $$\int_2^e \frac{1}{x\ln x}\,dx = \int_2^e \frac{(\ln x)'}{\ln x}\,dx = \left[\ln|\ln x|\right]_2^e$$

$2 < x < e \Leftrightarrow \ln 2 < \ln x < 1$ $\Big\}$ $\ln x > 0$

$\ln 2 > \ln 1 = 0$

Άσκ. 4

(α) $$\int_0^1 x e^{x^2}\,dx = \frac{1}{2}\int_0^1 2x e^{x^2}\,dx = \frac{1}{2}\int_0^1 e^u\,du = \frac{1}{2}\left[e^u\right]_0^1$$

θέτω $x^2=u \Rightarrow du = 2x\,dx$

x	0	1
u	0	1

<u>ασκ.4</u> (β) $\int_1^{e^\pi} \frac{ημ(\ln x)}{x} dx = \int_0^\pi ημu\, du = \left[-συνu\right]_0^\pi$

Θέτω $u = \ln x$. $du = \frac{1}{x} dx$

x	1	e^π
u	0	π

(γ) $\frac{1}{2} \int_{\sqrt{\pi/6}}^{\sqrt{\pi/4}} \frac{2x}{ημ^2(x^2)} dx = \frac{1}{2} \cdot \int_{\pi/6}^{\pi/4} \frac{1}{ημ^2 u} du = -\frac{1}{2} \left[σφu\right]_{\pi/6}^{\pi/4}$

Θέτω $u = x^2 \Rightarrow du = 2x\,dx$

x	$\sqrt{\pi/6}$	$\sqrt{\pi/4}$
u	$\pi/6$	$\pi/4$