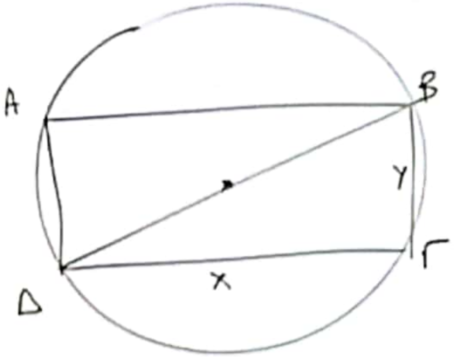
Πρόβλημα 8



Έστω x το μήκος
y το πλάτος

$R \longrightarrow$ γνωστή.

$E = x \cdot y \longrightarrow$ μέγιστο.

$x^2 + y^2 = (2R)^2 \Rightarrow$

$y^2 = 4R^2 - x^2$

$y = \sqrt{4R^2 - x^2}$

$E = x \cdot y =$

$= x \cdot \sqrt{4R^2 - x^2}$

$= \sqrt{4R^2x^2 - x^4}$.

Περιορ. $x > 0$

$4R^2 - x^2 > 0 \Leftrightarrow$

$x^2 < 4R^2 \Leftrightarrow$

$x < 2R$

$E(x) = 4R^2x^2 - x^4, \; x \in \mathbb{R}$

$E'(x) = 8R^2x - 4x^3$

$E'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \end{cases}$

$4x^2 = 8R^2 \Rightarrow x^2 = 2R^2$

$x = R\sqrt{2}$

x	$-\infty$		0		$R\sqrt{2}$		$+\infty$
$E'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Αν $x \in (0, 2R) \rightarrow$

x	0		$R\sqrt{2}$		$2R$
$E'(x)$		$+$		$-$	
$E(x)$		$\nearrow$		$\searrow$	
			Ο.Μ.		

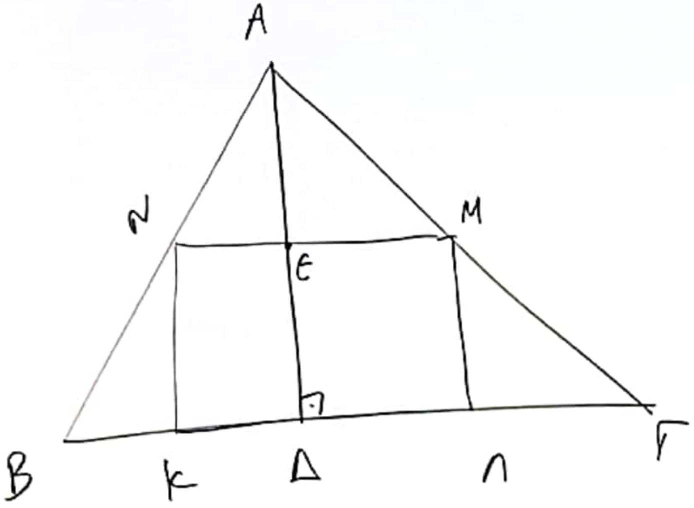
Η συνάρτηση $E(x)$ στη θέση $x_1 = R\sqrt{2}$ παρουσιάζει μέγιστο.

Το εμβαδόν γίνεται μέγιστο όταν $x = R\sqrt{2}$

$y = \sqrt{4R^2 - x^2} = \sqrt{4R^2 - (R\sqrt{2})^2} = \sqrt{2R^2} = R\sqrt{2}$

Δηλ. είναι τετράγωνο.

Πρόβλημα 10



$(ΒΓ) = 10$

$υ = 5$

$(ΚΛΜΝ) = max$

Έστω $ΚΛ = x$, $ΛΜ = y$

$E = x \cdot y$

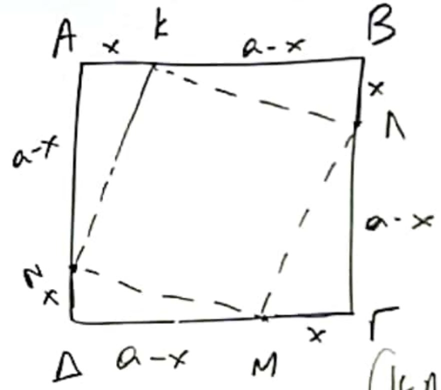
$\overset{\triangle}{ΑΒΓ} \approx \overset{\triangle}{ΑΜΝ}$

$$\frac{MN}{ΒΓ} = \frac{x}{10} = \frac{ΑΕ}{ΑΔ} = \frac{5-y}{5}$$

Ο λόγος των υψών ισούται με το λόγο ομοιότητας.

$$\frac{x}{10} = \frac{5-y}{5} \iff \frac{x}{2} = 5-y \iff \boxed{x = 10-2y}$$

Πρόβλημα 11



$(ΑΒ) = a$ σταθερό

$(ΚΛ) =$

$(ΚΛΜΝ) \to$ ελάχιστο

$$ΚΛ = \sqrt{x^2 + (a-x)^2}$$

$$(ΚΛΜΝ) = x^2 + (a-x)^2$$

Προβλ. 13