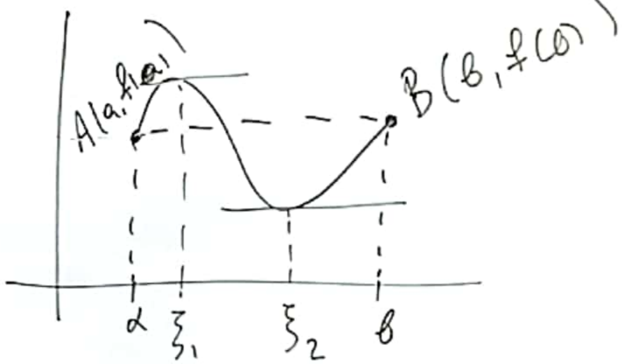
Αν f ~~συνεχής~~ στο $[\alpha, \beta]$
f παρ/μη στο (α, β)
$f(\alpha) = f(\beta)$

Τότε $\exists\ \xi \in (\alpha, \beta) : f'(\xi) = 0$

$\exists$ εφαπτομένη με τετμημένη $\xi \in (\alpha, \beta)$ παράλληλη στο $x'x$



Ερωτήσεις Σ-Λ

1) Αν f παρ/μη στο $[\alpha, \beta]$ και $f(\alpha) = f(\beta) \rightarrow \exists\ \xi \in (\alpha, \beta) : f'(\xi) = 0$ Σ

2) Αν f παρ/μη στο (α, β) και $f(\alpha) = f(\beta) \rightarrow \exists\ \xi \in (\alpha, \beta) : f'(\xi) = 0$ Λ

3) Αν f παρ/μη στο (α, β) και $f'(x) \neq 0\ \forall x \in (\alpha, \beta)$, $f(\alpha) = f(\beta) \rightarrow f$ ασυνεχής α ή β Σ

Σ_1 f συνεχής $[\alpha, \beta]$
Σ_2 f παρ/μη (α, β)
Σ_3 $f(\alpha) = f(\beta)$
$\rightarrow \exists\ \xi : f'(\xi) = 0$

$\forall x : f'(x) \neq 0$
f παρ/μη (α, β)
$f(\alpha) = f(\beta)$
$\rightarrow f$ ασυνεχής στο $[\alpha, \beta]$

4) Αν f συνεχής στο $[\alpha,\beta]$, f παραγωγίσιμη στο (α,β), $f'(x)\neq 0 \ \forall x\in(\alpha,\beta)$ τότε $f(\alpha)\neq f(\beta)$ Σ

5) Αν f συνεχής >> >> >> τότε f : 1-1$/[\alpha,\beta]$ Σ

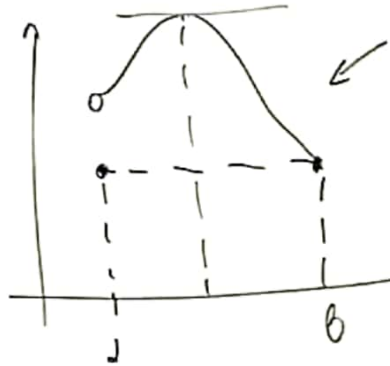
Έστω f όχι 1-1 $\Rightarrow \exists x_1,x_2\in[\alpha,\beta]$ με $x_1\neq x_2$, $f(x_1)=f(x_2)$

f συνεχής $[x_1,x_2]$, παραγωγίσιμη (x_1,x_2). Από Θ. Rolle $\Rightarrow \xi\in(x_1,x_2)\subseteq(\alpha,\beta): f'(\xi)=0$

Άτοπο.

6) Αν f παραγωγίσιμη στο (α,β), f ασυνεχής στο $[\alpha,\beta]$, $f(\alpha)=f(\beta) \Rightarrow \nexists\, \xi\in(\alpha,\beta): f'(\xi)=0$ Λ

7) Αν >> (α,β), f >> $[\alpha,\beta]$, $f(\alpha)=f(\beta) \Rightarrow \exists\, \xi\in(\alpha,\beta): f'(\xi)=0$ Λ



Αντιπαράδ. για το 6.

8) Αν $\alpha<\beta<\gamma$ τότε η εξίσωση:

$$(x-\alpha)\cdot(x-\beta)+(x-\beta)\cdot(x-\gamma)+(x-\gamma)\cdot(x-\alpha)=0$$

έχει ακριβώς 2 λύσεις