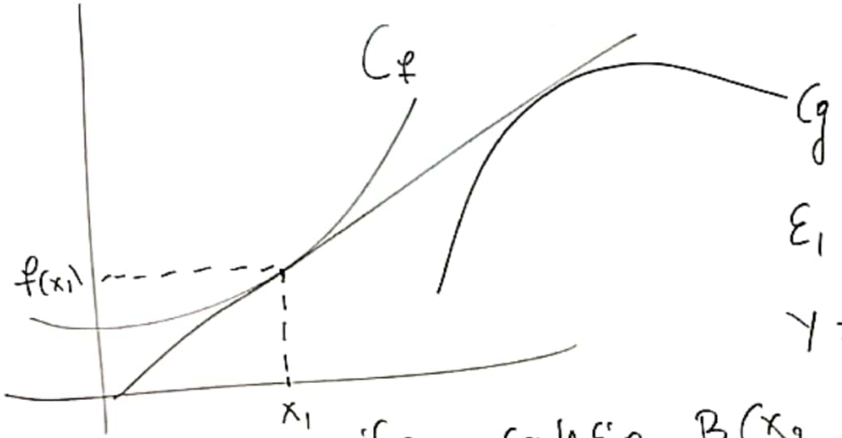
A) κοινή εφαπτομένη σε κοινό σημείο.

$$\begin{cases} f(x)=g(x) \\ f'(x)=g'(x) \end{cases}$$

B) κοινή εφαπτομένη σε μη κοινό σημείο



Έστω σημείο $A(x_1, f(x_1)) \in C_f$

η εφαπτομένη της C_f στο A είναι:

$\varepsilon_1 : y - f(x_1) = f'(x_1)\cdot(x - x_1) \Leftrightarrow$

$y = f'(x_1)\cdot x - x_1 \cdot f'(x_1) + f(x_1)$ Μορφή $y = \lambda x + \beta$

Έστω σημείο $B(x_2, g(x_2)) \in C_g$ και η εφαπτομένη

$\varepsilon_2 : y = g'(x_2)\cdot x - x_2 \cdot g'(x_2) + g(x_2)$

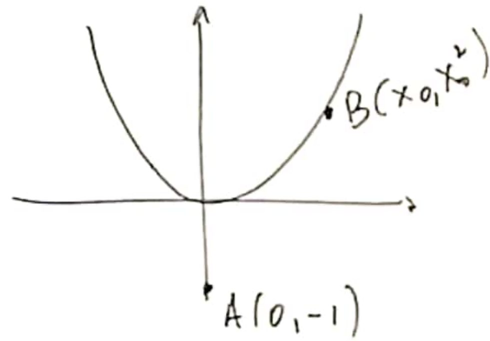
$$\varepsilon_1 \equiv \varepsilon_2 \quad \begin{cases} f'(x_1) = g'(x_2) \\ -x_1 \cdot f'(x_1) + f(x_1) = -x_2 \cdot g'(x_2) + g(x_2) \end{cases}$$

Ε/ Συνθήκες εφαπτομένης

Λεκτικά: "Η εφαπτομένη..."	Μαθηματική συνθήκη
1) Είναι παράλληλη στην $ε: y = 2x + 3$	$f'(x) = 2$
2) Είναι κάθετη στην $ε: y = 3x - 5$	$f'(x) = -\frac{1}{3}$
3) Είναι παράλληλη στον $x'x$	$f'(x) = 0$
4) Είναι παράλληλη στη διχοτόμο $2^{ου}$-$4^{ου}$ τεταρτημορίου	$f'(x) = -1$
5) Σχηματίζει με τον $x'x$ γωνία $ω = 150°$	$f'(x) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

$f(x) = x^2$. $A(0, -1)$

$f(0) = 0^2 = 0 \neq -1$



Η εξίσωση εφαπτομένης στο B είναι

$ε: y - x_0^2 = 2x_0 (x - x_0)$

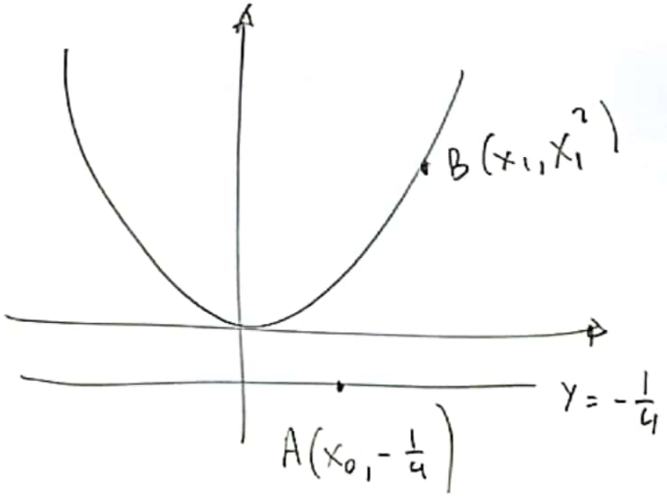
Πρέπει: $A(0,-1) \in (ε)$

$-1 - x_0^2 = 2x_0 \cdot (-x_0) \iff$

$-1 - x_0^2 = -2x_0^2 \iff x_0^2 = 1 \iff x_0 = \pm 1$

Άρα 2 σημεία επαφής.

Έστω η $f(x)=x^2$. Να δείξετε ότι οι εφαπτομένες που άγονται προς την C_f, από οποιοδήποτε σημείο της ευθείας $y=-\frac{1}{4}$, είναι μεταξύ τους κάθετες.



Η εφαπτομένη στο B είναι

$$\varepsilon: \ y-x_1^2=2x_1\cdot(x-x_1)$$

$$A\left(x_0, -\frac{1}{4}\right) \in (\varepsilon) \Leftrightarrow$$

$$-\frac{1}{4}-x_1^2=2x_1(x_0-x_1) \Leftrightarrow$$

$$-\frac{1}{4}-x_1^2=2x_0x_1-2x_1^2 \Leftrightarrow$$

$$x_1^2-2x_0x_1-\frac{1}{4}=0.$$

$$\frac{\gamma}{\alpha}=-\frac{1}{4}$$

$\lambda_1=f'(x_1)=2x_1$

$\lambda_2=2x_2$

$$\lambda_1\cdot\lambda_2=2x_1\cdot 2x_2=$$
$$=4\cdot x_1\cdot x_2=4\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)=-1$$

Scanned with CamScanner