ασκ. 6

$f(x)=x^3+\alpha x^2+\beta x+\gamma$, $\quad g(x)=x^2-2x+3$. $\quad x_1=-1$

Πρέπει και αρκεί:

$$\left.\begin{matrix} f(-1)=g(-1) \\ f'(-1)=g'(-1) \end{matrix}\right\} \Big\| \left\{\begin{matrix} -1+\alpha-\beta+\gamma = 1+2+3 \\ 3-2\alpha+\beta=-2-2 \end{matrix}\right\}$$

$f'(x)=3x^2+2\alpha x+\beta$

$g'(x)=2x-2$

$$\Big\| \left.\begin{matrix} \alpha-\beta+\gamma=7 \\ -2\alpha+\beta \quad =-7 \end{matrix}\right\}$$

$$\left\{\begin{matrix} \alpha-\beta=-\gamma+7 \\ -2\alpha+\beta=-7 \end{matrix}\right. \xrightarrow{(+)} -\alpha=-\gamma \rightarrow \boxed{\alpha=\gamma}$$

$-2\gamma+\beta=-7 \Leftrightarrow$

$\boxed{\beta=2\gamma-7}$

Πρέπει και αρκεί $f'(3)=g'(3) \Leftrightarrow$

$3\cdot 9+2\alpha\cdot 3+\beta=2\cdot 3-2 \Leftrightarrow$

$6\alpha+\beta=6-2-27 \Leftrightarrow$

$\boxed{6\alpha+\beta=-23}$

$\rightarrow 6\gamma+2\gamma-7=-23 \Leftrightarrow$

$8\gamma=-16 \Leftrightarrow \boxed{\gamma=-2}$

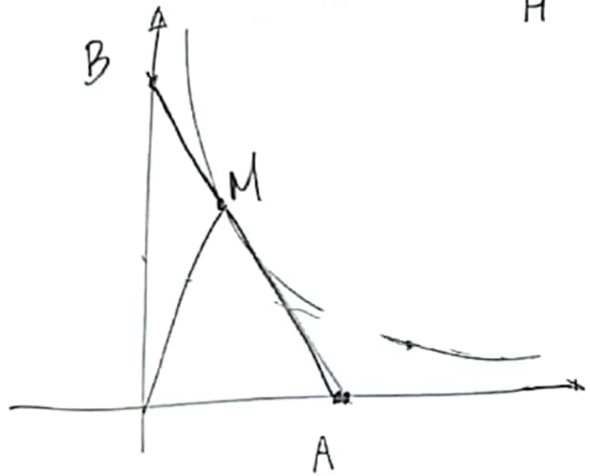
$\boxed{\alpha=-2}$

$\boxed{\beta=-11}$

$\boxed{\text{ασκ. 9}}$

Έστω τυχαίο σημείο της C_f με $M\left(x_0, \frac{a}{x_0}\right)$ $\quad f'(x) = -\frac{a}{x^2}$

Η εξίσωση εφαπτομένης είναι: $y - \frac{a}{x_0} = -\frac{a}{x_0^2}(x - x_0)$.



Τέμνει τον $y'y$ για $x=0$: $y - \frac{a}{x_0} = -\frac{a}{x_0^{\cancel{2}}}(-\cancel{x_0}) \Leftrightarrow$

$y - \frac{a}{x_0} = +\frac{a}{x_0} \Leftrightarrow y = \frac{2a}{x_0}$ $\quad B\left(0, \frac{2a}{x_0}\right)$

Τέμνει τον $x'x$ για $y=0 \Rightarrow -\frac{\cancel{a}}{x_0} = -\frac{\cancel{a}}{x_0^2}(x - x_0) \Leftrightarrow$

$x_0 = x - x_0 \Leftrightarrow x = 2x_0 \Rightarrow A(2x_0, 0)$

$f(x) = \frac{a}{x}$

Το μέσο του ευθ. τμήματος AB έχει συντεταγμένες

$X = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{0 + 2x_0}{2} = x_0$

$Y = \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{0 + \frac{2a}{x_0}}{2} = \frac{a}{x_0} = f(x_0)$

Οι οποίες είναι οι συντεταγμένες του σημείου Μ. ο.ε.δ

$K(x_1, y_1)$

$\Lambda(x_2, y_2)$

$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

ασκ. 6 - Β' ΟΜ / Σ.122

Έστω ότι υπάρχει $P(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$

$A(0,a) \quad y = x+1$

$B(1,b) \quad y = 3x-1$

$$\left.\begin{array}{l} P(0) = 1 \\ P'(0) = 1 \\ P(1) = 2 \\ P'(1) = 3 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} \gamma = 1 \\ \cancel{2a\cdot 0} + b = 1 \\ a + b + \gamma = 2 \\ 2a + b = 3 \end{array}\right\} \left\{\begin{array}{l} a + 1 + 1 = 2 \\ 2a + 1 = 3 \end{array}\right\} \left\{\begin{array}{l} a = 0 \\ 2a = 2 \end{array}\right\} \text{Άτοπο}$$

$P'(x) = 2ax + b$

ασκ. 9 / Σ.122

α) $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$. $D_f = \mathbb{R}$

Για $x > 0$ $f(x) = x^{2/3}$. $f'(x) = \frac{2}{3} x^{-\frac{1}{3}} = \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$

Για $x < 0$: $f(x) = \sqrt[3]{x^2} = \sqrt[3]{|x|^2} = |x|^{2/3} = (-x)^{2/3}$. $f'(x) = \frac{2}{3}(-x)^{-\frac{1}{3}} \cdot (-x)' = -\frac{2}{3}\frac{1}{\sqrt[3]{-x}}$