

Άσκηση: Έστω $f(x) = x^3 + \sqrt{x}$, $g(x) = 1 - \sqrt{x}$.

1) Να ορίσετε με $f+g$, 2) Να λύσετε με εξίσωση $f(x)+g(x) = x+1$

1) Τα π.ο. είναι $D_f = [0, +\infty)$, $D_g = [0, +\infty)$

$$D_{f+g} = D_f \cap D_g = [0, +\infty).$$

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x) = x^3 + \sqrt{x} + 1 - \sqrt{x} = x^3 + 1$$

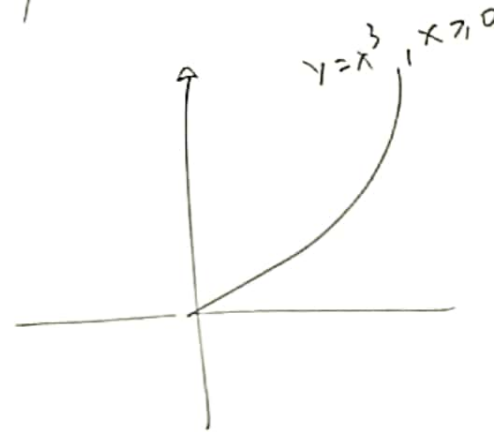
2) $x^3 + \sqrt{x} = x + 1 \Leftrightarrow$
 $x^3 - x = 0 \Leftrightarrow$
 $x \cdot (x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow$
 $x = 0 \text{ ή } x = 1, x = -1$

απορ.

Το π.ο. με εξίσωσης

$f(x)+g(x) = x+1$ είναι

↳ $[0, +\infty)$



3) Να γίνει η γραφ. παράσταση με $f+g$

Ασκ. 16) $f \uparrow$ στο \mathbb{R} . $f(f(x)) = x \quad (1) \quad \forall x \in \mathbb{R}$. Ν.δ.ο. $f(x) = x \quad \forall x \in \mathbb{R}$

Θα ερμηνεύσουμε με αναγωγή σε άτοπο.

Έστω $\exists x_1 \in \mathbb{R}$ ώστε $f(x_1) \neq x_1 \rightarrow$

$$f(x_1) < x_1 \quad \begin{matrix} f \uparrow \\ \leftarrow \end{matrix}$$

$$f(x_1) > x_1 \quad \begin{matrix} f \uparrow \\ \leftarrow \end{matrix}$$

$$\underbrace{f(f(x_1)) < f(x_1)}$$

$$f(f(x_1)) < x_1$$

Από (1) έχω άτοπο.

$$\underbrace{f(f(x_1)) > f(x_1)}$$

$$f(f(x_1)) > x_1$$

Από (1) έχω άτοπο.

Άρα $f(x) = x \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

Ασκ. 17 $f(x+1) > f(x) \quad (1) \quad \forall x \in \mathbb{R}$

Θα ερμηνεύσουμε με αυξανόμενη σε απόσταση.

Έστω ότι η f παρουσιάζει μέγιστο.

$\rightarrow f(x) \leq f(x_0) \quad (2) \quad \forall x \in \mathbb{R}.$

(1) $\xrightarrow{x=x_0+1}$ $f(x_0+1) > f(x_0)$

Αρα $\exists x_1 = x_0 + 1$ το οποίο έρχεται
σε αντίθεση με την (2). Άρα.